

Roll No. []

24414-MJ

**B.Sc. IV SEMESTER [MAIN/ATKT] EXAMINATION
JUNE - JULY 2024**

MATHEMATICS

**[Advanced Calculus and Partial Differential Equations]
[Major Subject]**

[Max. Marks : 60]

[Time : 3:00 Hrs.]

Note : All THREE Sections are compulsory. Student should not write any thing on question paper.
नोट : सभी तीन खण्ड अनिवार्य हैं। विद्यार्थी प्रश्न-पत्र पर कुछ न लिखें।

[Section - A]

This Section contains **Multiple Choice Questions**. Each question carries **1 Mark**. All questions are compulsory.

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न हैं। प्रत्येक प्रश्न **1** अंक का है। सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

Q. 01 $\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$ is equal to का मान है -

a) $1/e$

b) e

c) 1

d) 0

Q. 02 The series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ is convergent if -

श्रेणी $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ अभिसारी होगी यदि -

a) $p = 1$

b) $p > 1$

c) $p < 1$

d) $p = 0$

Q. 03 The value of $J . J'$ is -

$J . J'$ का मान है -

a) $1/2$

b) $3/2$

c) $5/2$

d) 1

Q. 04 The order of equation $p^3 + qx^2 + z^4 = 0$ is -

a) Two

b) Three

c) Four

d) None of these

P.T.O.

समीकरण $p^3 + qx^2 + z^4 = 0$ की कोटि है -

- a) दो
- b) तीन
- c) चार
- d) उपरोक्त में से कोई नहीं

Q. 05 The auxiliary equation of $r^2 + a^2 t = 0$ is -

समीकरण $r^2 + a^2 t = 0$ का सहायक समीकरण है -

- a) $m^2 + a^2 = 0$
- b) $m^2 - a^2 = 0$
- c) $m^2 - 2a = 0$
- d) None of these

[Section - B]

This Section contains **Short Answer Type Questions**. Attempt **any five** questions in this section in 200 words each. Each question carries **7 Marks**.

इस खण्ड में लघुउत्तरीय प्रश्न हैं। इस खण्ड में किन्हीं पांच प्रश्नों को हल करें। प्रत्येक उत्तर 200 शब्दों में लिखें। प्रत्येक प्रश्न 7 अंक का है।

Q. 01 Prove that $\sqrt{8}$ is not a rational number.

सिद्ध कीजिये कि $\sqrt{8}$ परिमेय संख्या नहीं है।

Q. 02 Prove that every convergent real sequence is Cauchy sequence.

सिद्ध कीजिये कि प्रत्येक अभिसारी वास्तविक अनुक्रम कॉशी अनुक्रम होता है।

Q. 03 Test the convergence of the series -

श्रेणी की अभिसारिता का परीक्षण कीजिये -

$$\frac{x}{1.2} + \frac{x^2}{3.4} + \frac{x^3}{5.6} + \dots, \quad x > 0$$

Q. 04 Show that the function

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} ; & \text{when } x \neq 0 \\ 0 ; & \text{when } x = 0 \end{cases}$$

is continuous at $x = 0$ and differentiable at $x = 0$

दर्शाइये कि फलन

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} ; & \text{जब } x \neq 0 \\ 0 ; & \text{जब } x = 0 \end{cases}$$

$x = 0$ पर संतत है तथा $x = 0$ पर अवकलनीय है।

Cont . .

Q. 05 If $x = r \sin \theta \cos \phi$,

$$y = r \sin \theta \sin \phi,$$

$$z = r \cos \theta \text{ then}$$

$$\text{show that } \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(r, \theta, \phi)} = r^2 \sin \theta$$

$$\text{यदि } x = r \sin \theta \cos \phi,$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi,$$

$$z = r \cos \theta \quad \text{तब}$$

$$\text{दर्शाइये कि } \frac{\partial(x, y, z)}{\partial(r, \theta, \phi)} = r^2 \sin \theta$$

Q. 06 Prove that

$$B(m, n) = \frac{\sqrt{m} \sqrt{n}}{\sqrt{m+n}} \quad \text{where } m, n \text{ are positive number, } m > 0, n > 0$$

सिद्ध कीजिये

$$B(m, n) = \frac{\sqrt{m} \sqrt{n}}{\sqrt{m+n}} \quad \text{जहाँ } m, n \text{ धनात्मक संख्याएँ हैं, } m > 0, n > 0$$

Q. 07 Solve partial differential equation -

आंशिक अवकल समीकरण हल कीजिये -

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^2$$

Q. 08 Solve हल कीजिये -

$$x^2 p + y^2 q = z^2$$

[Section - C]

This section contains **Essay Type Questions**. Attempt **any two** questions in this section in 500 words each. Each question carries **10 marks**.

इस खण्ड में दीर्घउत्तरीय प्रश्न हैं। इस खण्ड में किन्हीं दो प्रश्नों को हल करें। प्रत्येक उत्तर 500 शब्दों में लिखें। प्रत्येक प्रश्न **10** अंकों का है।

Q. 09 Prove that if the limit of sequence exists then it is unique.

सिद्ध कीजिये कि यदि अनुक्रम की सीमा का अस्तित्व हो तो वह अद्वितीय होगी।

Q. 10 Find the minimum value of the function $u = x^2 + y^2 + z^2$ having given $ax + by + cz = p$

फलन $u = x^2 + y^2 + z^2$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिये जबकि दिया है कि $ax + by + cz = p$

P.T.O.

Q. 11 Solve by Charpit method -

चारपिट विधि से हल कीजिये -

$$(p^2 + q^2) y = qz$$

Q. 12 Solve हल कीजिये -

$$(D^2 - 2DD' + D'^2) Z = 12xy$$

_____ o _____